

NUQTADAN TO'G'RI CHIZIQQACHA MASOFA MASALASINI YECHISHNING  
TURLI USULLARI

**Abjalilov Sanaqul Xo'jamovich,**  
Navoiy davlat universiteti dotsenti  
[abjalilovsanaqul72@gmail.com](mailto:abjalilovsanaqul72@gmail.com)

**Sunnatova Mohinabonu Nurali qizi,**  
Navoiy davlat universiteti magistranti

**Xujamov Otabek Sanaqul o'g'li,**  
Navoiy davlat universiteti talabasi

**Annotatsiya.** Maqolada nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofa masalasi haqida fikr yuritilgan. Ushbu masalani tekislikda va fazoda qanday qabul qilish, ayniqsa fazoda uni tasavvur qilish bo'yicha bir nechta usullar va ulani bosqichlari tartibli ravishda tahlil qilinadi. Masalani elementar usullar bilan bilan bir qatorda analitik geometriya yordamida hal qilish muammolari muhokama qilinadi. Muhomalar natijasida to'rtta usul taklif etilgan.

**Kalit so'zlar:** masofa, dekart sistemasi, analitik usul, yo'naltiruvchi vektor, normal vektor, skalyar ko'paytma, vektor ko'paytma, aralash ko'paytma.

**Аннотация.** В статье рассматривается задача определения расстояния от точки до прямой линии. Систематически анализируются несколько методов и этапов решения этой задачи на плоскости и в пространстве, особенно её визуализация в пространстве. Обсуждаются проблемы решения задачи с использованием элементарных методов, а также аналитической геометрии. В результате обсуждения предложены четыре метода.

**Ключевые слова:** расстояние, декартова система координат, аналитический метод, вектор направления, нормальный вектор, скалярное произведение, векторное произведение, смешанное произведение.

**Abstract.** This article examines the problem of determining the distance from a point to a straight line. Several methods and steps for solving this problem on a plane and in space are systematically analyzed, particularly its spatial visualization. The challenges of solving the problem using elementary methods and analytical geometry are discussed. Four methods are proposed as a result of this discussion.

**Key words:** distance, Cartesian coordinate system, analytical method, direction vector, normal vector, scalar product, vector product, mixed product.

**Kirish.** Ma'lumki, aniq va tabiiy fanlarda misol va masala atamaları juda ko'p ishlatiladi. Adabiyotlarda ushbu atamalarning mazmuni tegishli fan nuqtai nazaridan kelib chiqib izohlansada, barcha qabul qiladigan yakuniy va aniq ta'riflar keltirilmagan. Mutaxassislar, talaba va o'quvchilar o'rtasida so'rov o'tkazilganda mantiqiy jihatdan ancha pishiq va asosli javoblar bilan bir qatorda, juda sodda va tor doiradagi javoblarga ham guvoh bo'lishimiz mumkin. Biz misol va masala atamalarini ba'zi klassik adabiyotlar va ensiklopedik ma'lumotlarni tahlil qilgan holda quyidagicha qabul qilishni taklif etamiz.

Misol – bu qoida, teorema yoki metodni aniq holatda ko'rsatish uchun berilgan konkret vazifa yoki topshiriq. Ya'ni, nazariy qoida yoki mantiqiy yondashuvni amaliy holat bilan namoyish etish vositasi deyish mumkin.

Masala – berilgan shartlar to‘plamiga nisbatan yechim topilishiga mo‘ljallangan matematik vazifa yoki topshiriq. Bu vazifa aniq matematik metodlar orqali tahlil qilinadi, mantiqiy fikr yuritiladi va yechim olinishiga doir qator usullar topiladi. Topilgan usullar bilan masala yechiladi va usullarni effektivligi, qulay va o‘rganish qulayligi tahlil qilinadi. Umuman olganda masala qator matematik bilimlarni birgalikda tahlil qilish va mantiqiy xulosa chiqarishni talab qiluvchi ijodiy yondashuv ekanligini ta’kidlash lozim.

Yuqorida keltirib o‘tilgan ta’riflar tavsiyaviy xarakterga ega bo‘lib, ular qayta muhokamadan o‘tkazilishi va yanada to‘la bayon qilinishi mumkin.

**Adabiyotlar tahlili.** Biz ushbu maqolada geometriyadaning muhim masalalaridan biri hisoblangan “Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofa” masalasi haqida fikr yuritimiz.

Ma’lumki, tekislikda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha (fazoda nuqtadan tekislikkacha) masofa deganda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa (tekislikka) tushirilgan perpendikulyar uzunligi sifatida ta’riflanadi. Qabul qilingan ta’rif asosida masofaga oid elementar geometriyaning qator masalalari hal qilinadi. Shu mazmundagi ba’zi masalalarni yechish o‘ta murakkab ketma-ketlikka ega bo‘lib, yechimga ega bo‘lishni qiyinlashtirib yuboradi. Agar ushbu masalalar analitik geometriya yordamida qaraladigan bo‘lsa, yechim sodda va oson topilishi mumkin. Tayin dekart sistemasida izlanayotgan masofa  $M_0(x_0, y_0)$  nuqta va  $ax + by + c = 0$  to‘g‘ri chiziq ( $M_0(x_0, y_0, z_0)$  nuqta va  $ax + by + cz + d = 0$  tekislik) uchun

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \left( d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right)$$

formula yordamida hisoblash tavsiya etiladi. Ammo fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofani topish masalasi o‘ziga xos masala bo‘lib, uni yechish uchun turli usullarni taklif etish mumkin [1,2].

**Tadqiqot metodologiyasi.** O‘quvchi tekislikda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofani chizg‘ich yordamida taxminan (konstruktiv geometriya talablari asosida sirkul va chizg‘ich yordamida perpendikulyar o‘tkazilmasada) perpendikulyar to‘g‘ri chiziq o‘tkazish yo‘li bilan oddiy va tushunarli tarzda qabul qiladi. Bu kabi yondashuvga hech qanday e’tiroz bo‘lmaydi, ammo fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar o‘tkazish masalasini tasavvur qilish uchun bir qancha usullarni qadamma-qadam bajarishlari talab qilinadi. Ya’ni, fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar o‘tkazishni tekislikdagi kabi sodda bo‘ladi deyish barchaga birdek tushunarli bo‘lavermaydi. Masalalar har doim ham aniq standart formulaga mos kelavermasligi ham mumkin. Aksincha, perpendikulyar yasallashining turli usullari hamda ularni bajarish bosqichlari ketma-ketligini qadamma-qadam ko‘rsatish o‘quvchilar ongida kutilmagan va ajoyib g‘oyalarni paydo bo‘lishiga olib keladi. Fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar o‘tkazishning ba’zi g‘oyalarni keltirib o‘tamiz:

Ma’lumki, to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta orqali yagona tekislik o‘tadi. Ushbu tasdiq asosida berilgan to‘g‘ri chiziqdan ikkita nuqta va unda yotmagan, ya’ni

masalada berilgan nuqta (bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta) yordamida tekislikni ifodalovchi uchburchak chiziladi. Ushbu uchburchakning berilgan uchidan tushirilgan balandligi izlangan masofa ekanligi yaqqol ko'rinadi;

Berilgan nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik o'tkazamiz. Tekislikning berilgan to'g'ri chiziqni kesib o'tgan nuqtasi bilan berilgan nuqta orasidagi masofa izlangan masofa bo'ladi;

Berilgan nuqta va berilgan to'g'ri chiziqni biror nuqtasi hosil qilgan kesma hamda to'g'ri chiziq orasidagi burchak topilsa, hosil bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakda burchak kosinusi ta'rifidan izlangan masofa topiladi.

Yuqorida aytib o'tilgan ma'lumotlardan masalani yechishning qator elementar usullari kelib chiqadi. Bu usullardan maktab o'quvchilari va olimpiada masalalarini yechishda keng qo'llaniladi. Shu bilan birga masalani analitik geometriya yordamida (dekart sistemasida) ajoyib tarzda tahlil qilish va bir nechta o'ziga xos usullarni keltirib chiqarish mumkin.

Nuqta  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  ko'rinishda dekart koordinatalari bilan, to'g'ri chiziq esa

$$x = mt + x_1, y = nt + y_1, z = lt + z_1 \quad (1)$$

ko'rinishdagi parametrik tenglamalari bilan berilgan bo'lsin. Bu yerda  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  - to'g'ri chiziqqa tegishli biror nuqta,  $\vec{u}(m, n, l)$  - to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofani topishning bir nechta usullarini qarab chiqamiz.

**1-usul.** Vektor ko'paytma ta'rifiga ko'ra  $\overrightarrow{M_1M_0}$  va  $\vec{u}$  vektorlarning vektor ko'paytmasi moduli ko'paytuvchi vektorlar modullari va orasidagi burchak sinusi ko'paytmasiga teng bo'lar edi. Ya'ni,  $|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{u}| = |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{u}| \cdot \sin\alpha$ . Shunga ko'ra izlangan masofa

$$d = |\overrightarrow{M_1M_0}| = \frac{|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} \quad (2)$$

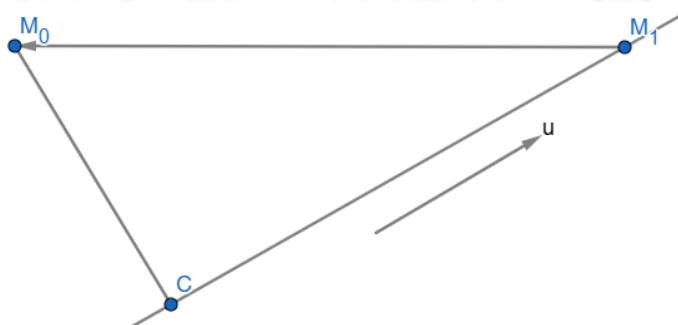
formula yordamida topiladi.

**2-usul.**  $\overrightarrow{M_1M_0}$  va  $\vec{u}$  vektorlar orasidagi burchak kosinusi  $\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{u}}{|\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{u}|}$  topilib

(bu yerda  $\alpha$  burchak  $\overrightarrow{M_1M_0}$  vektorning berilgan to'g'ri chiziq bilan hosil qilgan o'tkir burchagi), izlangan masofa

$$d = |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot \sin\alpha \quad (3)$$

formula yordamida hisoblanadi (1-chizma).



1-chizma.

**3-usul.**  $M_0$  nuqtadan o'tib berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik tenglamasi topiladi. Buning uchun to'g'ri chiziq yo'naltiruvchi vektorini izlanayotgan tekislik uchun normal vektor sifatida qabul qilamiz.  $M_0$  nuqta va normal vektor yordamida izlanayotgan tekislik

$$T: m(x - x_0) + n(y - y_0) + l(z - z_0) = 0$$

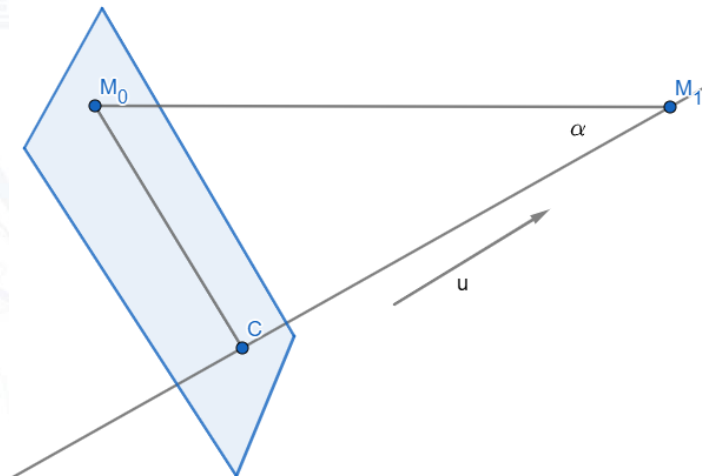
ko'rinishda ifodalanadi (2-chizma). Usulni shu yerdan boshlab ikki yo'nalishda davom ettirish mumkin:

**1-yo'nalish.** To'g'ri chiziqni ushbu  $T$  tekislik bilan kesishmasi  $C$  nuqta topiladi. Buning uchun tekislik tenglamasidagi  $x$ ,  $y$  va  $z$  lar o'rniga berilgan (1) to'g'ri chiziq parametrik tenglamalaridagi  $x$ ,  $y$  va  $z$  lar ifodalari qo'yilib,  $t$  parametr ga bo'g'liq chiziqli tenglama hosil qilinadi. Ushbu tenglamadan  $t$  parametrning qiymati topilib, uning qiymati (1) to'g'ri chiziq tenglamasiga qo'yiladi va  $C$  nuqtaning koordinatalari aniqlanadi. Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan izlangan  $M_0C$  masofa topiladi.

**2-yo'nalish.** To'g'ri chiziqdagi  $M_1$  nuqtadan ushbu topilgan tekislikkacha masofa

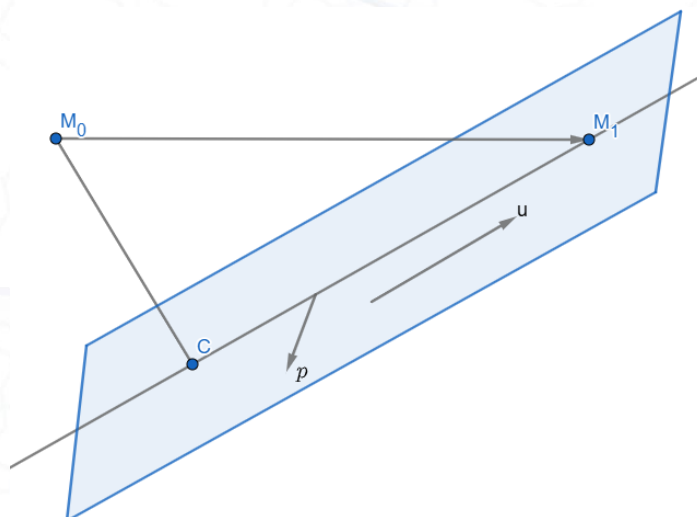
$$\rho(M_1, T) = \frac{|mx_1 + ny_1 + lz_1 - mx_0 - ny_0 - lz_0|}{\sqrt{m^2 + n^2 + l^2}}$$

hamda  $|M_1M_0|$  kesma uzunligi topiladi.  $M_0CM_1$  to'g'ri burchakli uchburchakda Pifogor teoremasi qo'llanilib  $M_0C$  masofa topiladi.



2-chizma.

**4-usul.** Ma'lumki, berilgan bitta nuqta va nokollinear ikkita vektor yordamida (uch vektorning aralash ko'paytmasini nolga tenglash bilan) tekislik tenglamasi topiladi. Bu yerda berilgan nuqta  $M_1$ , nokollinear vektorlar sifatida esa  $\vec{p}$  va  $\vec{u}$  vektorlar olinadi.  $\vec{p}$  vektor  $\overrightarrow{M_1M_0}$  va  $\vec{u}$  vektorlarning vektor ko'paytmasi, ya'ni  $\vec{p} = [\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{u}]$ .  $M_0$  nuqtadan ushbu tekislikkacha masofa izlangan masofa bo'ladi (3-chizma).



3-chizma.

**Muhokama va natijalar.** Matematikada 20 ta masalani bitta usulda yechgandan ko‘ra, 1 ta masalani 20 xil usulda yechgan afzal degan ibora bor. Uzoq tarixni boshdan kechirgan va bir qancha chig‘iriqlardan o‘tgan ushbu ibora bejizga aytilmagan. Darhaqiqat, ta‘lim jarayonida matematika faniga tayyor formula yoki qoida asosida faqat hisob-kitob ishlarini amalga oshiruvchi fan sifatida qarash juda katta xato ekanligi va salbiy oqibatlar keltirib chiqarayotganligi tan olinmoqda. Matematik bilimlarni o‘rganishda bu kabi bir yoqlama yondashuv o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashlarini cheklash bilan bir qatorda, matematikani amaliyotga tadbiiq etishda ham qator muammolarni keltirib chiqardi. Muammoni bartaraf etishda ta‘lim tizimini isloh qilish, o‘quv maskanlarini zamon talablari asosida jihozlash, darslik va o‘quv qo‘llanmalarni takomillashtirish hamda kuchli o‘qituvchilarni tayyorlash kabi omillar muhim o‘rin tutadi.

Ta‘lim sohasini jahon standartlari darajasiga olib chiqish, mamlakatimiz ravnaqida o‘ta muhim o‘rin tutadigan yetuk kadrlar bilan ta‘minlash samaradorligini oshirish zarur. Yuqorida sanab o‘tilgan omillarning alohida ta‘kidlangan bo‘g‘inlaridan biri chuqur bilimga va yuksak ahloqqa ega o‘qituvchilardir. Sir emaski, biror ta‘lim maskanida qaysidir fan bo‘yicha kuchli bilimga ega birgina o‘qituvchining mehnati sababli shu maskandan qator yillar davomida ajoyib bitiruvchilar yetishib chiqadi. O‘zbekiston Fanlar Akademiyasi prezidenti, akademik Sh.A.Ayupov bir nechta ommaviy axborot vositalariga bergan intervyularida maktablarimizda kuchli fan o‘qituvchilari yetishmasligi, pedagogika oliy o‘quv yurtlari o‘zlarining mana shunday oliy maqsadlaridan qisman chalg‘ib borayotganligi achinarli holat ekanligini qayta-qayta aytib kelmoqda.

**Xulosa.** Biz ushbu maqolada oliy ta‘limning aniq va tabiiy fanlarga bevosita bog‘liq ta‘lim yo‘nalishlarida o‘rganiladigan analitik geometriyaning “Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofa” deb ataluvchi asosiy masalalaridan biri haqida fikr yuritdik. Maqolada masala atroflicha o‘rganildi, tasavvurlarga mos chizmalar va chuqur tahlillar yordamida qator usullar bayon qilindi. Albatta bu usullarning har biri aniq qadamlar asosida qo‘llanilishi bilan ahamiyatli hisoblanadi. Masalada berilgan ma‘lumotlarni

tavsiya etilgan usullarga qo'yish bilan turlicha hisoblash ishlarini va turlicha vaqt talab qilishini kuzatishimiz mumkin. Ana shu jarayon har bir usulni afzalligi va qiymatini namoyon qiladi.

**Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:**

1. Н.Д.Додажонов, М.Ш.Жўраева Геометрия I қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1996 й., 384 бет.
2. Х.Х.Назаров, Х.О.Очилова, Е.Г.Подгорнова Геометриядан масалалар тўплами, 1-қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1997 й., 288 бет.

