INTERNATIONAL JOURNAL OF RECENTLY SCIENTIFIC RESEARCHER'S THEORY

AYNIYAT VA TENGSIZLIKLARNI ISBOTLASHDA O’ZGARUVCHINI ALMASHTIRISH USULI

Xoldarova Fotima Maxammadjon qizi
Toshkent Moliya Instituti Oliy va amaliy matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Annotatsiya: *Ayniyat va tengsizliklarni yechishda o‘zgaruvchini almashtirish usuli deb, nomlangan usul afzalliklari muhokama qilingan.*
Tayanch so‘zlar: *ayniyat,tengsizlik, misol, usul, yechim, almashtirish, o‘zgaruvchi.*

Abstrakt: *In a process of discussion is revealed that a method of replacement of a variable at the decision of the various problems is one of the best.*
Keywords: *Identity, inequality, example, method, transformation, variable.*

Аннотация: *В процессе обсуждения вьявлено, что метод замены переменной при решении различных задач-один из лучших.*
Ключевые слова: *тождество, неравенство, пример, метод, преобразование, переменная.*

Matimatikada misol va masalalarni yechishning usullari ko’p. Aytishadiku, 20 ta misol yoki masalarni bir xil usulda yechgandan ,bitta misolni 20 xil usulda yechgan ma’qul, deb. Quyda,biz taklif qilayotgan usul qaysidir ma’noda o‘ziga xos usul bo’lib, ayrim hollarda misolni yechish qulayligini oshiradi.

Ba’zi algebrik tenglamada va tengsizliklarni yechishda o‘zgaruvchi almashtirish usuli juda qo’l keladi. Bu usulning ma’nosi shundaki, qarqlayotgan o’zgaruvchidan
biri qoldirib, qolganlari o’sha birinchi o’zgaruvchi qandaydir yangi o’zgaruvchi yig’indisiga almashtiriladi.

Bu usulni ba’zi qiyin tuyulgan misollarga qo’llanilishini ko’rib chiqamiz.

1-misol. Ushbu $a^2b+b^2c+ac^2-bc^2-a^2c-ab^2$ ifodani ko‘paytuvchilarga ajrating.

Yechish. Berilga ifoda $a=b+p$ almashtirish qilsak, $p=a-b$ bo’ladi. Demak, qaralayotgan ifoda biror qo’ydagicha shakl o‘zgartirishni bajarish mumkin

$$a^2b+b^2c+ac^2-bc^2-a^2c-ab^2=(b+p)^2b+b^2c+(b+p)c^2-bc^2-(b+c)^2c-(b+p)b^2=b^2+2b^2p+p^2b+b^2c+bc^2+pc^2-b^2c-b^3c-2bpc-p^2c-b^3-pb^2=p(b^2+pb+c^2-2bc-pc)=(a-b)((b-c)^2+(a-b)(b-c))=(a-b)(b-c)(b-c+a-b)=(a-b)(a-c)(b-c)$$

Bu usulning afzalligi shundaki, berilgan ifoda ustida biror ishni bajarishga ikkilanib turilganda juda qo’l keladi.Hozir bajargan ishimizni, nafaqat, $a=b+p$ almashtirish uchun, balki $a=c+p$ yoki $b=c+p$ almashtirish yordamida ham bajarish mumkin edi. Baribir o'sha natijaga kelinadi .Quyidagi misollarda maqsad sal boshqacharoq qo'yilgan.

2-misol. Agar $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ ifodaning koeffitsiyentlari uchun $a+b+c+d=0$ shart o'rinli bo'lsa, u holda uni ikkita ko'paytuvchiga ajrating.

Yechilishi. Ko'rinib turibdi, darrov biror usulni qo'llash hech bir natijaga olib kelmaydi. Ammo, etibor berilsa , x va y o'zgaruvchilar darajalari yig'indisi har bir qo'shiluvchida bir xil. Bu esa ,bitta o'zgaruvchi oldidagi koeffitsiyent, qaralayotgan ifoda koeffitsiyentlari yig'indisiga teng bo'lib qolishiga va demak, masalada berilgan shartdan foydalanishga imkon yaratadi.

Bu yerda $x=y+p$ almashtirish yordamida ,yangi $p=y-x$ o'zgaruvchi kiritib quyidagicha ish bajaramiz;

$$ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3=a(y+p)^3+b(y+p)^2y+c(y+p)y^2+dy^3=$$
$$(a+b+c+d)y^3+3ay^2p+3ayp^2+ap^3+2by^2p+byp^2+cy^2p=p(3ay^2+3ayp$$
$$ap^2+2by^2+byp+cy^2)=$$
$$(x-y)(3ay^2+3ay(x-y)+a(x-y)^2+2by^2+by(x-y)+cy^2)=(x-$$
$$y)(ax^2+(a+b)xy+(a+b+c)y^2)$$

3-misol. Ushbu $\begin{cases}7y+23x=-7\\11x+39y=15\end{cases}$ sistemaning x va y yechimlarini topmasdan qaysi biri katta ekanligini aniqlang .

Yechilishi. Bemalol aytish mumkinki, tenglamani yechib x va y yechimlarini taqqoslaymiz, masala yechiladi. To'g'ri ammo biz masalani tezroq va oson bajarish yo'lini izlashimiz kerak. Sistemadan ko'rinib turibdi, yechimlari kasr bo'lib, ularni topish ,taqqoslash ancha vaqt oladi. Qolaversa, bu ish osongina amalga oshirilmaydi.

Quyidagicha yo'l tutamiz . Faraz qilaylik, x va y yechimlar bir-biridan h birlikka farq qilsin, ya'ni $y=x+h$ bo'lsin. Buni berilgan sistemaga berib quyidagicha hosil qilamiz;

$$\begin{cases}7(x+h)+23x=-7\\11x+39(x+h)=15\end{cases}$$

Sistemadagi har bir tenglamani yechib,

$$x=\frac{-7-7h}{30} \quad \text{va} \quad x=\frac{15-39h}{50}$$

bo'lishini aniqlaymiz. Demak , $\frac{-7-7h}{30}=\frac{15-39h}{30}$.

Bunda, $h=\frac{80}{82}=\frac{40}{41}$ kelib chiqadi.

Sodda qilib aytganda , biz $h>0$ ekanini ko'rsatdik. Shuning uchun, belgilashga ko'ra yechim x yechimdan katta degan javob aniqlanadi.

Quyidagi misollarda esa, tavsiya qilinayotgan usul, tengsizliklarni yechish yoki isbotlash uchun qo'llanilgan.

4-misol. Barcha manfiy bo'lmagan a lar uchun $a^5-a^2-3a+5>0$ tengsizlik o'rinli bo'lishini ko'rsating.

Yechilishi. Masala shartiga ko'ra $a\geq 0$.

Ko'rinib turibdiki, 5 qo'shiluvchi hisobiga barcha $a\in[0,1]$ sonlar uchun tengsizlik bajariladi.

Endi $a>1$ sonlarni tekshirish qoldi. Ular uchun $a=1+c$ almashtirish qilamiz. Bu yerda tabiiy $c>0$. U holda quyidagicha ishlar bajariladi;

$$a^5-a^2-3a+5=(1+c)^5-(1+c)^2-3(1+c)+5=(1+c)^2((1+c)^3-1)-3c+2=$$

$$(1+2c+c^2)(3c+3c^2+3c^3)-3c+2=(2c+c^2)(3c+3c^2+3c^3)+3c^2++3c^3+2>0$$

bu esa biz ko'rsatishimiz kerak bo'lgan tengsizlik isbotidir. Bizga quyidagi tengsizlik ma'lum va undan har qadamda foydalanib turamiz. Barcha manfiy bo'lmagan x va y lar uchun

$$x^2+y^2\geq \frac{(x+y)^2}{2}$$

munosabat o'rinli. Buning isboti $(x-y)^2\geq 0 \leftrightarrow 2xy\leq x^2+y^2$ tengsizlikdan kelib chiqadi, chunki

$$2xy\leq x^2+y^2\leftrightarrow x^2+2xy+y^2\leq 2x^2+2y^2\leftrightarrow (x+y)^2\leq 2(x^2+y^2).$$

Endi shu tengsizlikning bir oz murakkabroq bo'lgan holini ko'rib chiqamiz.

5-misol. Barcha manfiy bo'lmagan x va y lar uchun

$$x^3+y^3\geq \frac{(x+y)^3}{4}$$

tengsizlik bajarilishini isbotlang.

Yechilishi. Bu tengsizlikni yuqoridagi kabi o'rinliligi aniq bo'lgan biror ma'lum tengsizlikka keltirib, teng kuchliligini ko'rsatib yechish oson emas. Shu yerda yana o'zgaruvchini almashtirish usuli qo'l kelishiga guvoh bo'lamiz.

Umumiylikka ziyon yetkazmagan holda $x\leq y$ deb olaylik. Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\begin{cases} x+y=c \\ y-x=d \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{c-d}{2} \\ \dfrac{c+d}{2} \end{cases}$$

Shartga ko'ra $c\geq 0$, $d\geq 0$. Endi x va y larning bu ifodasini isbotlash kerak bo'lgan tengsizliklarning chap tomonga qo'yamiz.

$$x^3+y^3=\frac{(c-d)^3}{2^3}+\frac{(c+d)^3}{2^3}=\frac{c^3-3c^2d+3cd^2-d^3}{2^3}=$$

$$\frac{c^3+3c^2d+3cd^2+d^3}{8}=\frac{2c^3+6cd^2}{8}=\frac{c^3}{4}+\frac{3cd^2}{4}\geq\frac{c^3}{4}=\frac{(x+y)^3}{4}$$

Xohlasak $x\geq y$ bo'lsin deb olib, xuddi shu ishlarni qayta bajarishimiz mumkin. Isbot tugadi.

Adabiyotlar:

1. A'zamov A. Haydarov B. Matematika sayyorasi. Toshkent 1989.
2. Ayupov Sh.A. Rixsiyev B.B,Qo'chqorov O.Sh.Matematika olimpiadalari.T.O'zFAN.2004.
3. //Kvant.Nº6.1984.